

### التمرين الأول:



1. دالة عددية قابلة للاشتباك على مجموعة تعريفها.

حدد صحة كل من الاستلزمات التالية:

a.  $f$  ثابتة على  $D_f$ :  $\forall x \in D_f \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow D_f$

b.  $x_0 \in D_f : f'(x_0) = 0 \Rightarrow f$  مطرافل

c.  $f$  تبانية  $\Rightarrow f$  رتبة قطعا.

2. دالة حدودية من الدرجة الثالثة.

يبين أن:  $(\forall x \in \mathbb{R}) Q(x) = Q(0) + xQ'(0) + \frac{x^2}{2}Q''(0) + \frac{x^3}{6}Q'''(0)$ .

3. لتكن  $P$  دالة حدودية درجتها أكبر من أو تساوي 2، و  $\alpha$  عدد حقيقي.

يبين التكافؤ التالي:  $P(\alpha) = P'(\alpha) = 0 \Leftrightarrow P(x - \alpha)^2$  يقسم

تطبيق: يبين أن الدالة الحدودية  $P(x) = x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 20x - 12$  تقبل القسمة على  $(x - 2)^2$ .

4. عنصر من  $\mathbb{R}$  و  $f$  دالة عددية معرفة على مجال  $I$  مفتوح مرکزه  $x_0$ .

a. يبين أن:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$  قابلة للاشتباك في  $x_0$ .

b. هل الاستلزم العكسي صحيح؟

5. يبين أن في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $x^5 - 5x + 1 = 0$  تقبل ثلاث حلول حقيقية.

### التمرين الثاني:

•  $f(x) = \frac{1+x^n}{(1+x)^n}$  عدد صحيح طبيعي أكبر من أو يساوي 2، و  $f$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}^+$  بما يلي:

1. أحسب  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}^+$ .

2. ضع جدول تغيرات الدالة  $f$ .

3. استنتج أن:  $\forall x \in \mathbb{R}^+; (1+x)^n \leq 2^{n-1} (1+x^n)$ .

4. يبين أن:  $\forall (a,b) \in (\mathbb{R}^+)^2; \left( \frac{a+b}{2} \right)^n \leq \frac{a^n + b^n}{2}$

### التمرين الثالث:

$g$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:

1. يبين أن  $g$  دالة زوجية.

2. أدرس قابلية اشتباك الدالة  $g$  في 0.

3. اعط معادلة الماس المنحني للدالة  $g$  عند النقطة ذات الأقصول المنعدم.

4. يبين أن:  $\forall x \in \mathbb{R}^*; g'(x) = \operatorname{sgn}(x) \frac{\sin(\sqrt{|x|})}{2\sqrt{|x|}}$

### التمرين الرابع:

حدد المساحة القصوية لقطعة أرضية مستطيلة الشكل محاطها 100m.

